



IDENTIFICAÇÃO DE COMPONENTES PERIÓDICOS DE BAIXA POTÊNCIA EM SINAIS PREDOMINANTEMENTE ALEATÓRIOS

Adjame Alexandre Gonçalves Oliveira

CTA - Instituto de Aeronáutica e Espaço - ASE
São José dos Campos - SP - Brasil
adjame@iae.cta.br

Waldemar de Castro Leite Filho

CTA - Instituto de Aeronáutica e Espaço - ASE
São José dos Campos - SP - Brasil
waldemar@iae.cta.br

***Resumo.** Este trabalho descreve uma metodologia adequada à identificação de componentes periódicos presentes em sinais predominantemente aleatórios. A individualização destes componentes periódicos, mesmo quando apresentam baixa potência, é importante para a determinação das características estatísticas do sinal em questão. No caso particular que gerou o presente estudo, deseja-se identificar componentes periódicos gerados por fenômenos estranhos ao funcionamento normal de um bloco girométrico, tornando possível levantar um modelo de calibração estática preciso desse bloco, que relacione as grandezas medidas com seus valores reais, dentro de um nível de erro mínimo. Buscou-se um método objetivo baseado na clássica técnica de determinação da densidade espectral de potência do sinal e que fosse de fácil implementação computacional.*

Palavras-chave: Periodicidades, Identificação, Sistemas inerciais.

1. INTRODUÇÃO

O presente estudo tem origem em um trabalho que está sendo desenvolvido pelos autores no Instituto de Aeronáutica e Espaço e que consiste basicamente na determinação de um modelo de calibração estática de um bloco girométrico que apresente uma mínima variância. O levantamento desse modelo deve ser precedido de uma cuidadosa análise estatística do sinal correspondente, de forma a caracterizá-lo com precisão (Oliveira & Leite Filho, 1998). Em uma primeira fase dessa análise detectou-se a presença de um sinal periódico que, apesar da pouca potência associada, corrompe as características estatísticas do sinal proveniente do bloco em questão. Para se decidir a melhor forma de tratamento a ser dado a tal componente periódico (conviver ou filtrar) é imprescindível conhecer sua influência no modelo de calibração do bloco. Sendo assim, é essencial a determinação da frequência desse componente

periódico - e de outros que por ventura venham a ser identificados no processo. Deseja-se caracterizar esse sinal e individualizar os componentes periódicos para que, no futuro, possa-se decidir como devem ser tratados tais componentes, podendo eles ser incorporados ou até mesmo excluídos do modelo.

Deve-se salientar que o presente trabalho apresenta um caráter eminentemente prático, posto que os autores buscam um método objetivo que auxilie na identificação dos referidos componentes periódicos (por meio da determinação de suas frequências) e que não são distinguíveis por simples observação do gráfico de densidade espectral de potência do referido sinal. Tendo em vista a necessidade de aplicar-se tal método a um conjunto grande de ensaios do bloco giroométrico, deseja-se que ele seja computacionalmente automatizado.

2. METODOLOGIA

Antes de estudar-se propriamente os métodos de identificação de periodicidades, deve-se colocar em destaque o resultado que se almeja: um método objetivo que determine as frequências de componentes periódicos presentes no sinal do bloco. O modelo de calibração do bloco giroométrico é baseado em técnicas estatísticas que devem ser aplicadas aos resultados do ensaio, tendo em vista o tipo de ruído do processo estocástico associado e a qualidade desse modelo de calibração obtido está ligado, entre outras coisas, a esse ruído (Oliveira & Castro Filho, 1998). Dessa forma fica claro que os componentes periódicos presentes no sinal do bloco, ao afetar a identificação do ruído desse mesmo sinal, afetam não só a precisão do modelo como também a escolha da ferramenta estatística de modelamento.

Deve-se, ainda, caracterizar em linhas gerais a que tipos de sinais aplica-se o presente trabalho. Tratam-se, a priori, de sinais estacionários e ergódicos, sem nenhuma distribuição de probabilidades em particular, devidamente digitalizados. Quando se fala em devidamente digitalizados quer-se chamar a atenção para a problemática associada ao processo de amostragem, no qual a frequência de Nyquist, definida como metade da frequência de amostragem, desempenha papel de relevo.

O processo geral de busca de periodicidades pode ser feito de diversas formas, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência, mas optou-se por concentrar os esforços numa solução baseada em periodogramas, que é uma das técnicas mais simples e conhecidas de determinação de componentes periódicos. Além disso, deseja-se, a título de praticidade, buscar uma solução que esteja baseada no clássico método de determinação da densidade espectral de potência do sinal.

A metodologia buscada não se preocupa com a determinação da fase do componente periódico, posto que no caso que motivou o presente estudo há um número muito grande de ciclos desse componente dentro de um uma observação do sinal e a análise é *off-line*, o que faz com que não se dê importância à fase do componente periódico, quando de sua análise.

2.1 Periodograma

O gráfico gerado no processo de determinação de componentes periódicos é chamado genericamente de periodograma, no qual os máximos (ou mínimos) da curva apontarão os períodos estimados para a série temporal em estudo. Uma vez obtido o periodograma, uma análise posterior de seus pontos é recomendada para se ter um idéia da significância estatística de regiões de interesse, como aquelas vizinhas a pontos extremos. Não poucas vezes um extremo no periodograma pode não ser causado por uma periodicidade genuína, mas sim por contribuições faixa-estreita do ruído.

O periodograma clássico baseia-se na Série de Fourier. A idéia principal que permeia o periodograma é a verificação da existência de componentes periódicos numa série temporal através do exame de combinações lineares entre os pontos da série e senóides com frequências candidatas (Mendenhall & Sincich, 1995). Como os dados em questão são digitalizados e tem dimensão finita, deve-se examinar a Transformada Discreta de Fourier (DFT, em inglês) da série temporal x_k (a_j é o termo genérico da Transformada de Fourier de x_k):

$$a_j = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{2\pi j k / N}, \quad j = -N/2, \dots, N/2-1 \quad (1)$$

Note que o somatório da multiplicação dos pontos da série x_k com a exponencial complexa fornece a combinação linear buscada (basta lembrar da fórmula de De Moivre). A partir da DFT podemos definir o espectro de potência, $P(w_j)$, como sendo:

$$P(w_j) = \left(\frac{1}{N} \right) \left[\left(\sum_k x_k \cos(w_j t_k) \right)^2 + \left(\sum_k x_k \sin(w_j t_k) \right)^2 \right], \quad \text{com } 2\pi j k / N = w_j t_k \quad (2)$$

Ou seja, para cada frequência w_j , tem-se um valor $P(w_j)$, no qual todos os pontos da série temporal foram utilizados no cálculo. Repetindo este cálculo para várias frequência w_j ter-se-á ao final, um conjunto $P(w_j)$. Construindo um gráfico $P(w_j)$ versus w_j ter-se-á o periodograma da série temporal x_k , ou seja, um gráfico sensível a periodicidades. O motivo deste fato é facilmente compreensível: se a série x_k contiver um componente senoidal com frequência w_0 , então para uma frequência $w_j = w_0$, os fatores x_k e $\exp(-iw_j t_k)$ estarão em fase e os termos nos somatórios adicionam-se coerentemente, aumentando o valor de $P(w_j)$. Para outros valores de w_j , os termos no somatório são aleatoriamente positivos e negativos, provocando um cancelamento no somatório e diminuindo o valor de $P(w_j)$. Logo, a presença de um sinal periódico é indicada pelo grande valor de $P(w_j)$, ou seja, um pico no seu espectro de potência.

As técnicas de Fourier podem também ser aplicadas para sinais arbitrários que não tenham uma forma funcional definida já que, pelo Teorema da Decomposição de Fourier, um sinal de forma arbitrária pode ser representado por uma soma (infinita, talvez) de senóides com frequências múltiplas da frequência fundamental (Priestley, 1984).

Há diversas técnicas que ajudam na determinação de periodogramas de séries temporais, adaptando as exigências da Transformada de Fourier aos casos práticos nos quais a série temporal é finita e truncada. Os métodos mais conhecidos para a obtenção de estimativas de espectros de potência de sinais finitos e discretos são o de Blackam-Tukey, o de Cooley-Tukey e o de Welch (Bendat & Piersol, 1986). O primeiro é baseado no cálculo da função de autocorrelação e os dois últimos são baseados no uso de Transformadas Rápidas de Fourier (FFT's) (Bendat & Piersol, 1986). Em todos há o uso intensivo de janelas para corrigir problemas de distorção dos extremos da série temporal, dentre as quais destaca-se a janela de Hanning. É muito usada ainda a técnica de *zoom transforms*, que consiste na centralização do espectro na frequência que mais se aproxima do período a ser identificado, associado ao aumento da escala horizontal (Bendat & Piersol, 1986).

A despeito da inegável eficácia dessas técnicas em vista do problema de obtenção de estimativas da função densidade espectral de potência (periodograma) da série temporal em análise, o problema de identificação de periodicidades ainda persiste quando o componente periódico a ser estudado tem uma potência baixa, em relação ao restante do sinal, predominantemente ruidoso. Quando isso ocorre, as técnicas de *zoom transforms* que, a priori, seriam as mais adequadas, em nada auxiliam, pois as contribuições faixa-estreita do ruído não são atenuadas com a aplicação da técnica supracitada (Bendat & Piersol, 1986).

Tendo em vista essa dificuldade, elaborou-se um método de identificação de componentes periódicos de baixa potência, baseado na estimativa da função densidade espectral de potência.

2.3 Método sugerido

O ponto fundamental a ser trabalhado, que já foi mencionado anteriormente, está diretamente ligado à filosofia que gera o periodograma clássico. Mostrou-se que a função densidade da potência de uma série temporal é um periodograma desta série pois, na frequência de periodicidade, a somatória de termos para a série multiplicada pela exponencial complexa calculada em $w_j = w_p$ será coerente, enquanto que os outros somatórios não o serão.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, se for possível encontrar um meio de reforçar o valor da função sensível à periodicidade para a frequência do componente periódico, em relação às demais frequências do espectro, poder-se-á identificá-la, a despeito de sua baixa potência.

Propõe-se então tomar a série temporal e construir séries auxiliares transladadas de pequenos valores de tempo, translações essas sucessivamente à esquerda e à direita em relação à série original. Constrói-se então o periodograma para cada uma destas séries auxiliares e somam-se os referidos periodogramas, obtendo-se um novo periodograma, não identificado com a densidade espectral de potência da série, mas sim revelando-se como um novo gráfico mais sensível, ajustado à necessidade de sobressaltar a frequência do componente periódico em detrimento das demais. A justificativa dessa afirmação é simples.

Uma vez que, com exceção do componente periódico a ser pesquisado, o sinal é aleatório nada, a priori, pode-se afirmar quanto à fase que existe entre os fatores das séries temporais geradas (cada x_{ik} gerado pelas translações da série original) com a exponencial complexa que contém a frequência de teste. Por outro lado, pode-se afirmar enfaticamente que em todas as séries temporais transladadas haverá coerência de fase para a frequência de teste que mais se aproximar do período a ser determinado.

Desta forma, o que ocorre é que para frequências diferentes da frequência correspondente à periodicidade há uma soma de produtos da série temporal transladada com as senóides de teste. Nessas regiões ocorre então um processo de planagem do espectro para seu valor médio, enquanto que para o valor periódico há a preservação de seu valor de potência. Assim sendo, há um destaque do componente periódico toda vez que a potência do componente periódico for satisfatoriamente diferente da potência média do sinal aleatório. Consequentemente, esta técnica de translação temporal consegue resolver o caso no qual a potência do sinal da série temporal for localmente indistinguível na região da periodicidade, pois enquanto que na frequência de periodicidade o sinal é preservado, na parte aleatória faixa estreita o gráfico tende para o valor médio da potência do sinal global.

Contudo, persistem alguns problemas. Sabe-se que a técnica supracitada introduz um contínuo processo de planagem no espectro de potência para as frequências não periódicas, ao mesmo tempo que preserva as contribuições dos componentes periódicos. Como então definir quais dos picos que ainda persistem no novo gráfico são devidos a componentes periódicos e quais não o são? Pode-se começar a responder esta questão notando que quanto mais translações temporais se operar sobre o sinal, mais achatado ficará o espectro referente a parte não periódica e mais ressaltados ficarão as contribuições dos componentes periódicos. Tendo esse fato em mente, é fácil concluir que deve-se fazer o maior número possível de translações com o sinal. Depois de obtido o melhor periodograma, é necessário definir um patamar acima do qual os picos do gráfico acusem os componentes periódicos. Os estudos efetuados até aqui indicam que este patamar deve ser calculado tomando como base a potência média do sinal. O

valor exato deve levar em consideração particularidades de cada sinal estudado, sendo certo que um patamar muito baixo pode acusar uma periodicidade inexistente, enquanto que um patamar muito alto pode excluir periodicidades ocorrentes e de menor potência.

O método proposto é um melhoramento do clássico método da determinação da densidade espectral de potência e é de fácil implementação e entendimento. No próximo tópico o método será aplicado ao problema que motivou sua formulação e ver-se-á que o mesmo é adequado

3. APLICAÇÕES PRÁTICAS

3.1 Exemplo ilustrativo

Para reforçar a idéia e a metodologia apresentada, é útil partir-se para um exemplo simples e verificar como se comporta uma série temporal com as translações sugeridas. A série exemplo é gerada no computador e composta pela soma de um sinal aleatório de distribuição normal, ponderado com uma soma de senóides com frequências de 12 , 15 e 40 Hz. O peso da parte aleatória, em relação às senóides, é igual a 20. O sinal é dado então por:

$$\begin{aligned} t &= (0:0.01:100); \\ x &= \sin(2*\pi*12*(t)) + \sin(2*\pi*15*(t)) + \sin(2*\pi*40*(t)) + 20*(\text{rand}(\text{size}(t)) - 0.5) \end{aligned} \quad (3)$$

Determinando o espectro de potência deste sinal para estudar a existência de componentes periódicos tem-se a Figura 1. Nesta figura pode-se notar a dificuldade de se determinar graficamente os componentes periódicos do sinal de teste. O patamar estabelecido (a linha horizontal nos gráficos) para este exemplo é traçado a 80% acima da potência média do sinal.

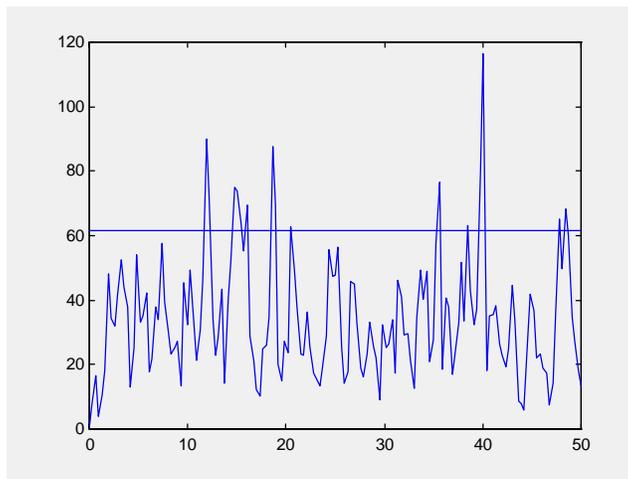


Figura 1 - Espectro para o sinal de teste - Sem translação temporal

Introduzindo agora translações à série temporal original e calculando os espectros de cada uma destas novas séries e somando-os temos as Figuras 2 e 3. Pode-se perceber que a determinação dos componentes periódicos vai ficando cada vez mais fácil com o aumento do número de translações. Na Figura 3 (seis translações temporais), a determinação das frequências de 12, 15 e 40 Hz é significativamente mais clara do que nas Figuras 1 (sem translações) e 2 (duas translações temporais).

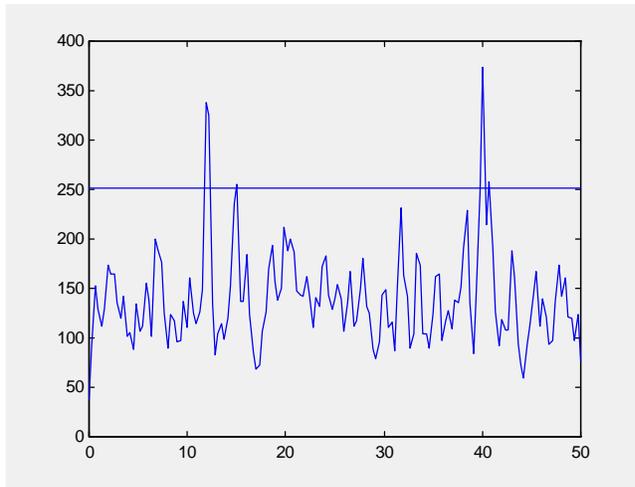


Figura 2 - Periodograma do sinal de teste - Duas translações temporais

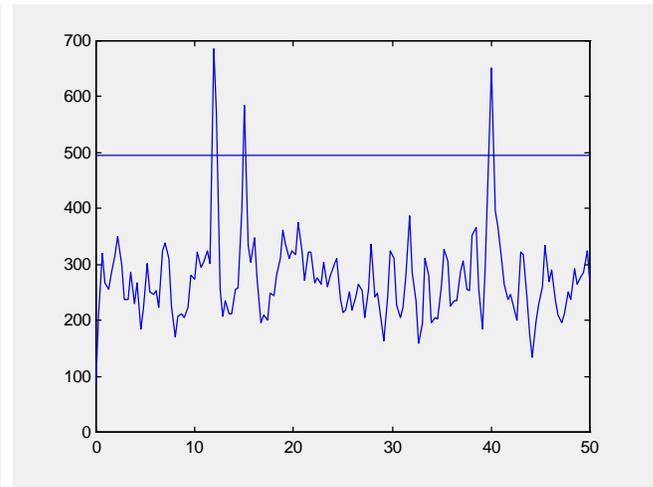


Figura 3 - Periodograma do sinal de teste - Seis translações temporais

3.2 Sinal do Bloco Girométrico

O bloco girométrico foi submetido a um ensaio simples. Nesse ensaio alinhou-se o eixo y do bloco com o norte geográfico e imprimiu-se ao eixo x, com o auxílio de uma mesa de um grau de liberdade, uma velocidade angular constante e igual a cinco graus por segundo ($5^\circ/s$) no sentido anti horário, mantendo-se o eixo remanescente sem excitação. O sinal de saída (velocidade nos eixos x, y e z) do bloco girométrico passou por um filtro *anti-alias* com frequência de corte em 50 Hz e, posteriormente, por um conversor A/D com frequência de amostragem de 100 Hz. Os dados foram adquiridos durante 180 s, de forma a obter-se uma massa de dados suficientemente representativa do fenômeno em questão. As velocidades imprimidas aos eixos sensitivos do bloco foram escolhidas observando-se fatores como os limites de operação do bloco para cada eixo, o tempo de estabilização e outros que possam vir a afetar o desempenho normal do sensor. Os sinais colhidos foram normalizados antes de estimados seus respectivos periodogramas. As figuras 4, 5, 6 e 7 ilustram os efeitos das translações temporais. O patamar ilustrado nas figuras supracitadas é traçado 80% acima da potência média do sinal.

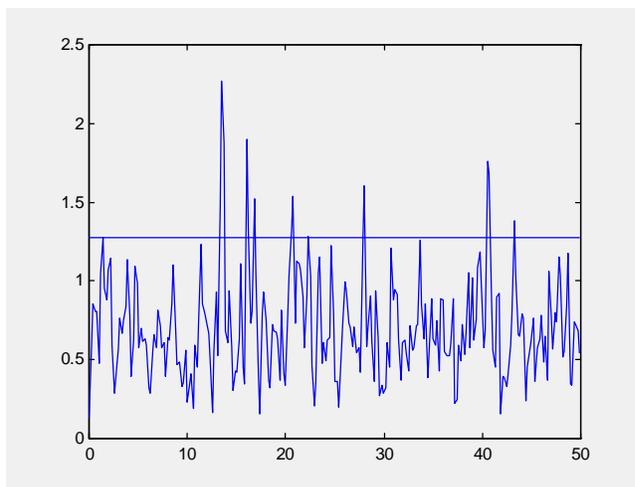


Figura 4 - Periodograma do sinal do bloco girométrico - Sem translação temporal

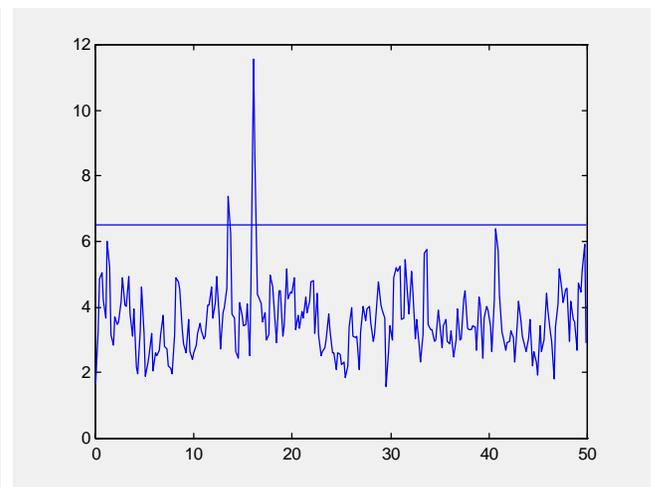


Figura 5 - Periodograma do sinal do bloco girométrico - Duas translações temporais

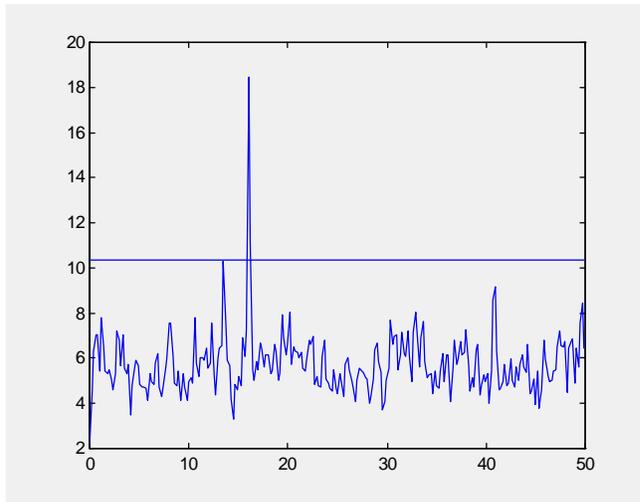


Figura 6 - Periodograma do sinal do bloco girométrico - Quatro translações temporais

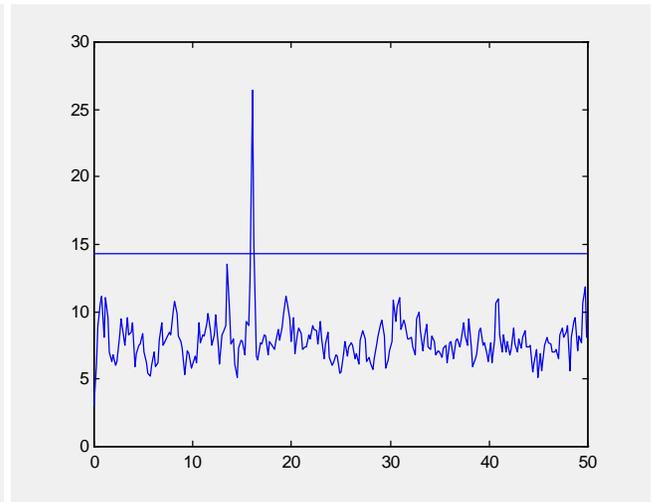


Figura 7 - Periodograma do sinal do bloco girométrico - Seis translações temporais

Observando as Figuras 4, 5, 6 e 7 fica claro o efeito da metodologia apresentada, pois o aumento do número de translações introduzidas no periodograma implica uma melhor resolução na determinação do componente periódico. Na Figura 7 pode-se observar com clareza que existe um componente periódico com frequência igual a 16 Hz.

4. CONCLUSÕES

A metodologia apresentada mostrou-se adequada para tornar mais eficaz a busca de periodicidades em sinais de difícil identificação de componentes periódicos. Não está ainda muito claro se é possível ou não empregar um automatismo maior na determinação dos componentes periódicos, posto que a decisão de quais picos do periodograma gerado pelas soma dos espectros de potência dos sinais seguidamente transladados são devidos a componentes periódicos parece depender de particularidades do sinal em estudo. Apesar desta lacuna, é certo que a potência média do sinal desempenha um importante papel nesta decisão.

Contudo, é inegável a melhoria que a metodologia traz em relação ao clássico método baseado na determinação da densidade espectral de potência. É claro que existem outros métodos de determinação de periodicidades, talvez mais eficientes em determinados aspectos, mas o aqui desenvolvido prima pela simplicidade e mostrou-se até agora adequado às necessidades que motivaram seu desenvolvimento.

A metodologia proposta no presente trabalho foi empregada em outros testes de determinação de periodicidades do sinal do bloco girométrico com sucesso e está sendo incorporada a um programa de análise estatística que está sendo desenvolvido no Instituto de Aeronáutica e Espaço do CTA.

REFERÊNCIAS

- Bendat, J. S. and Piersol, A. G., "Random Data: Analysis and Measurements Procedures", John Willey and Sons, 1986
- Mendenhall, W. & Sincich, H. , "Statistics for Engineering and the Sciences", Prentice Hall, 1995
- Oliveira, A. A. G. & Leite Filho, W. C., "Análise Estatística do Sinal de um Sensor Girométrico", II. SBEIN, Rio de Janeiro, 1998
- Priestley, A., "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", McGraw-Hill, 1984

IDENTIFICATION OF LOW POWER PERIODIC COMPONENTS PRESENTS IN PREDOMINANTLY ALEATORY SIGNALS

***Abstract.** This paper describes an adequate methodology to identify periodic components, which are present in predominantly aleatory signals. The individualization of these periodic components, even when they present low power, is important for determination of the statistics characteristics of these signals. In the particular case that originated this paper, we had as a goal the identification of periodic components that were created by phenomena strange to the gyrometric block normal working. This was necessary in order to obtain a precise static model of this block, which could relate measured signals with their actual values, within a minimum error level. We search for a automatic and direct method based on the classical power spectral density determination technique.*

Key-words: Periodic components, Identification, Inertial systems.